



# «КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

11-й класс

2009

На каждый вопрос этого теста можно дать один из ответов: «Да» или «Нет». За каждый верный ответ начисляется 3 балла.

Внимание: за неверные ответы будут сниматься баллы, поэтому не следует пытаться угадывать ответы. Если ответить на вопрос не удастся, лучше оставить вопрос без ответа (при этом баллы не начисляются, но и не снимаются).

*На выполнение заданий теста отводится 90 минут.*

I. Верно ли, что равенство справедливо при всех допустимых значениях переменных?

1)  $(x+2)^2 \cdot (x-2)^2 = x^4 - 8x^2 + 16$

2)  $\frac{1-x^{-2}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

3)  $\lg(\lg x^y) = \lg y + \lg(\lg x)$

4)  $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

5)  $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_a 5}} + 49^{\frac{1}{\log_a 7}}} = a\sqrt{2}$

II. Верно ли утверждение?

6) Наибольший общий делитель чисел 645 и 51 делится на 17.

7) Число  $5 \cos\left(\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)\right)$  – целое.

8) Если некоторая величина растет на 30% в год, то за три года она вырастет более чем в два раза.

9) Из шести букв слова **ЗАДАЧА** можно образовать ровно 12 различных двухбуквенных «слов».

10) Десятизначных чисел с произведением цифр 15 в два раза больше, чем десятизначных чисел с произведением цифр 25.

III. Верно ли, что данное уравнение имеет более одного действительного корня?

11)  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = 0$

14)  $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$

12)  $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

15)  $\sqrt{2x+13} = x+6$

13)  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x^2-4x+3} = 0$

IV. Верно ли утверждение?

16) Если сумма квадратов двух сторон треугольника меньше квадрата третьей стороны, то этот треугольник – тупоугольный.

17) В треугольнике с углами 55°, 60° и 65° наименьшая высота опущена из вершины угла 55°.

18) Если многоугольник с периметром 100 описан вокруг круга радиуса 1, то площадь этого многоугольника равна 50.

19) Если куб растянуть в прямоугольный параллелепипед, увеличив одно ребро вдвое, второе – втрое, третье – вчетверо, то поверхность тела увеличится в  $\frac{26}{3}$  раз.

20) Плоскости, содержащие грани тетраэдра, разбивают пространство на 15 частей.

V. Верно ли числовое неравенство?

21)  $(\sqrt{2} - 3) \cdot (\sqrt{3} - 2) > 0$

24)  $\lg 11 + \frac{1}{\sin 48^\circ} > 2$

22)  $\log_2 \sqrt{15} > \log_4 18$

25)  $\cos(1 + \sin 2) > \cos(1 + \sin 3)$

23)  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 120^\circ > 0$

VI. Верно ли утверждение про функцию  $f(x) = \lg^2 x$  ?

26)  $f\left(\frac{1}{10}\right) = 1$

27) Областью определения функции является вся числовая ось без точки 0.

28) Каждое свое ненулевое значение функция  $f$  принимает два раза.

29) Если  $x > 1$ , то  $f'(x) > 0$ .

30) Каждая прямая вида  $y = kx$  пересекает график  $y = f(x)$  не более чем в двух точках.

VII. В треугольнике  $ABC$  отрезок  $BM$  – биссектриса,  $BM = MC$ ,  $AB = 2$ ,  $\angle A = 30^\circ$ . Верно ли утверждение?

31)  $\angle MBC = 50^\circ$

32) Треугольники  $ABC$  и  $ABM$  подобны.

33) Центр окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ , лежит внутри этого треугольника.

34) Площадь треугольника  $ABC$  равна  $2\cos 50^\circ$ .

35)  $AC > \frac{4}{\sqrt{3}}$

VIII. Верно ли, что множеством решений данного неравенства является некоторый отрезок  $[a, b]$ ?

36)  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

39)  $4^x + 2^x - 6 \leq 0$

37)  $\sqrt{x+3} \leq 3 - x$

40)  $\lg(1 - |x|) \leq -1$

38)  $(x^2 - 3x + 2) \cdot (x^2 - 5x + 6) \leq 0$

IX. Верно ли утверждение?

41) В арифметической прогрессии с четвертым членом 5 и шестым членом 9 имеется член, равный 20.

42) В геометрической прогрессии с четвертым членом 5 и шестым членом 9 нет других членов, являющихся целыми числами.

43) Если график функции  $y = f(x)$  имеет ось симметрии  $x = a$ , то функция  $g(x) = f(x+a)$  четна.

44) Если  $f(x) = \sin x + \cos x$ , то функция  $y = 1 - f^2(x)$  нечетна.

45) Число  $15\pi$  является периодом функции  $y = \sin \frac{2x}{3} + \cos \frac{x}{5}$ .

X. Верно ли утверждение?

46) Если  $2x + 3 > 5$ , то  $3x + 4 > 6$ .

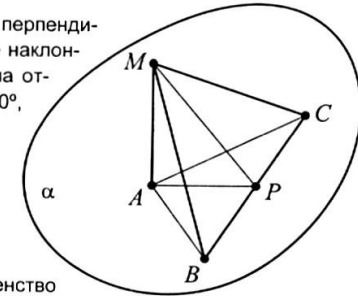
47) Уравнение  $\sin(\lg x + 5) = \frac{1}{2}$  имеет бесконечно много корней.

48) Уравнение  $5x^8 - 7x^5 + 2 = 0$  имеет отрицательный корень.

49) Уравнение  $(x-1) \cdot (5x^8 - 7x^5 + 2) = 0$  имеет столько же различных корней, сколько и уравнение  $5x^8 - 7x^5 + 2 = 0$ .

50) Для любого корня уравнения  $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = 3$  справедливо неравенство  $\sin x + \cos x < 0$ .

XI. Из точки  $M$  на плоскость  $\alpha$  опущен перпендикуляр  $MA$  и проведены две равные наклонные  $MB$  и  $MC$ . Точка  $P$  – середина отрезка  $BC$ . Угол  $\angle PMA$  равен  $30^\circ$ ,  $MA = 2$ . Верны ли утверждения?



51) Отрезки  $AM$  и  $BC$  перпендикулярны.

52) Площадь треугольника  $MBC$  вдвое больше, чем площадь треугольника  $ABC$ .

53) Справедливо векторное равенство  $\vec{PA} = \frac{\vec{MB} + \vec{MC}}{2} - \vec{MA}$ .

54) Объем пирамиды  $MABC$  не может быть больше 1000.

55) Радиус шара, вписанного в пирамиду  $ABCM$ , меньше  $\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$ .

XII. Верно ли утверждение?

56) Найдется значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax + 2$  пересекает ось  $Oy$  ниже, чем парабола  $y = x^2 + 1$ .

57) График функции  $y = x^3 + 6x^2 + 12x + 3$  имеет ровно две горизонтальные касательные.

58) При некотором значении параметра  $a$  система уравнений  $\begin{cases} |x| + |y| = 5 \\ y = 2|x| + a \end{cases}$  имеет ровно 3 решения.

59) Для всякого значения параметра  $a$  найдется такое значение  $b$ , что функция  $y = \frac{x-a}{x-b}$  является возрастающей на отрезке  $[1, 2]$ .

60) Если ордината вершины параболы  $y = x^2 + bx + c$  равна  $-5$ , то между корнями уравнения  $x^2 + bx + c = 0$  всегда расположено ровно 5 целых чисел.